

# MODEL EOQ DENGAN MEMPERTIMBANGKAN KARBON EMISI DAN BATASAN MODAL

<sup>1</sup>Dana Marsetiya Utama

<sup>1</sup>Universitas Muhammadiyah Malang, Malang

Kontak Person:

Dana Marsetiya Utama

Jalan Raya Tlogomas 246 Malang, 0341-464318

E-mail: [dana@umm.ac.id](mailto:dana@umm.ac.id)

## Abstrak

*Persediaan merupakan salah satu faktor yang penting dalam perusahaan. Saat ini, masalah lingkungan telah menjadi issue utama didunia. Dalam artikel ini, kami mengembangkan model EOQ dengan memperhitungkan emisi karbon dan batasan modal. Kami menggunakan metode pengali lagrange untuk menghasilkan model usulan. Kami mengusulkan 2 model. Model 1 adalah model EOQ dengan mempertimbangkan karbon Emisi. Model 2 adalah model EOQ dengan mempertimbangkan emisi karbon dan batasan modal. Beberapa percobaan telah dilakukan untuk mengetahui pengaruh pengali lagrange terhadap total biaya. Hasil penelitian menunjukan bahwa model usulan cocok diaplikasikan untuk masalah karbon emisi dan batasan modal.*

**Kata kunci:** EOQ, Karbon Emisi, Modal, Persediaan

## 1. Pendahuluan

Bahan baku merupakan kunci utama perusahaan untuk menunjang kelancaran produksi [1][2][3]. Penyediaan bahan baku disetiap perusahaan harus direncanakan dengan baik. Karena itu, Persediaan merupakan hal penting dalam sebuah perusahaan. Persediaan adalah bahan yang tersimpan dalam gudang untuk digunakan ataupun dijual. EOQ (*Economic Order Quantity*) adalah model dasar untuk menyelesaikan masalah persediaan dengan asumsi biaya dan permintaan deterministik. EOQ banyak menarik perhatian peneliti, karena mudah dimodifikasi. Model tersebut fleksibel dan mudah untuk disesuaikan[4]. Beberapa faktor dalam persediaan seperti permintaan, pemesanan kembali dan pembatas atau kendala [5][6]. Pengelolaan persediaan yang tepat dapat meminimalkan biaya persediaan [7]. Saat ini, masalah lingkungan telah menjadi issue utama didunia [8][9]. Masalah lingkungan sebagian besar disebabkan pada sektor industri [9][10]. Perusahaan memerlukan model berkelanjutan dengan memadukan masalah persediaan dan lingkungan [11][12].

Beberapa peneliti mempertimbangkan karbon emisi di model persediaan. Emisi karbon adalah indeks lingkungan yang sering digunakan dalam rantai pasokan, yang dapat dikuantifikasi. Emisi karbon juga harus dipertimbangkan kedalam total biaya [13]. Biaya yang terkait dengan emisi karbon dihasilkan seperti aktivitas pergudangan, penyimpanan, dan transportasi. Umumnya, para peneliti menyebut masalah ini dengan Sustainable Economic Order Quantity (SEOQ). Hovelque dan Bironneau mengusulkan SEOQ yang dibatasi oleh karbon emisi untuk single item [14]. Bazan et Al mengusulkan EOQ dengan mempertimbangkan pajak karbon [15]. Taleizadeh et al mengusulkan Sustainable *Economic Production Quantity* (SEPMQ) dengan backordering [16]. Mukhopadhyay and Goswami menawarkan SEPMQ dengan mempertimbangkan *imperfect quality* [17]. Kazemi, et al mengusulkan model SEOQ dengan mempertimbangkan *imperfect quality* [18]. Yassine mengusulkan SEPMQ mempertimbangkan *emission tax transportation* [19]. Bouchery et al mempertimbangkan aspek *transportation* dalam order quantity [20].

Salah satu masalah dalam model SEOQ adalah batasan modal untuk membeli bahan. Salah satu cara untuk mengatasi masalah ini adalah mengusulkan model SEOQ baru dengan mempertimbangkan batasan modal. Berdasarkan beberapa penelitian terdahulu, sepengetahuan penulis, tidak ada penelitian yang mengusulkan model SEOQ dengan mempertimbangkan batasan modal. Karena itu, penelitian ini bertujuan mengembangkan model SEOQ dengan mempertimbangkan batasan modal. Modal merupakan aspek yang mempengaruhi order quantity. Modal yang dimaksud adalah biaya yang dibutuhkan untuk membeli bahan. Kontribusi utama dari penelitian ini adalah mengusulkan model SEOQ baru dengan mempertimbangkan batasan modal.

## 2. Metode Penelitian

### 2.1 Asumsi Model

Model usulan memiliki beberapa asumsi yang digunakan. Beberapa asumsi tersebut diantaranya (1) permintaan tiap periode bersifat konstan dan diketahui dengan pasti, sehingga permintaan dalam 1 tahun adalah tetap, (2) biaya transportasi, biaya simpan, biaya karbon emisi adalah tetap, (3) kapasitas gudang tidak berubah, dan (4) model digunakan untuk menyelesaikan single produk.

### 2.2 Model Dasar EOQ

Model EOQ dasar merupakan turunan parsial dari TC atau Total Cost (persamaan 1). Untuk persamaan TC awal sebagai berikut:

$$TC = \frac{D}{Q} \cdot C + D \cdot P + \frac{Q}{2} \cdot H \quad (1)$$

Dimana  $\frac{D}{Q} \cdot C$  merupakan biaya pesan,  $D \cdot P$  merupakan biaya pembelian, dan  $\frac{Q}{2} \cdot H$  merupakan biaya simpan. Persamaan 1 diturunkan parsial  $\frac{\partial TC}{\partial Q} = 0$ , maka Q optimal disajikan persamaan sebagai berikut:

$$Q = \frac{\sqrt{2} \sqrt{D} \sqrt{C}}{\sqrt{H}} \quad (2)$$

### 2.3 Model EOQ daengan Emisi Karbon

Selanjutnya, pada persamaan (1) ditambahkan dengan total emisi karbon. Total emisi karbon dinotasikan dengan  $CE$ . persamaan total emisi karbon disajikan pada persamaan (3) sebagai berikut.

$$CE = \frac{D}{Q} \beta + \frac{Q}{2} \gamma \quad (3)$$

$\beta$  merupakan emisi karbon yang dikeluarkan saat transportasi.  $\gamma$  merupakan emisi karbon yang dikeluarkan saat penyimpanan. Lebih lanjut, persamaan (3) ditambahkan dengan persamaan (1) dan menambahkan nilai  $\alpha$  atau pajak emisi karbon yang dikeluarkan. Karena itu, total biaya persediaan dengan mempertimbangkan karbon emisi disajikan pada persamaan 4 sebagai berikut.

$$TC_c = \frac{D}{Q} \cdot C + D \cdot P + \frac{Q}{2} \cdot H + \alpha \left( \frac{D}{Q} \cdot \beta + \frac{Q}{2} \gamma \right) \quad (4)$$

Untuk mendapatkan nilai Q optimal, persamaan 4 diturunkan parsial  $\frac{\partial TC_c}{\partial Q} = 0$ . Karena itu, model Q optimal dengan mempertimbangkan emisi karbon disajikan pada persamaan 5.

$$Q_c = \frac{\sqrt{2} \sqrt{D} \sqrt{\alpha \beta + C}}{\sqrt{\alpha \gamma + H}} \quad (5)$$

### 2.4 Model EOQ dengan Emisi Karbon dan Batasan Modal

Pada model EOQ dengan emisi karbon dan batasan modal, persamaan (4) ditambahkan batasan modal. Modal dalam kasus ini adalah modal untuk membeli bahan. Formula batasan modal disajikan pada persamaan 6 sebagai berikut:

$$Q \cdot P \leq M \quad (6)$$

Lebih lanjut, persamaan 4 dan persamaan 6 ditambahkan untuk menghasilkan persamaan Lagrange  $L(Q, \lambda)$ . Karena itu, fungsi Lagrange disajikan pada persamaan 7 sebagai berikut:

$$L(Q, \lambda) = \frac{D}{Q} \cdot C + D \cdot P + \frac{Q}{2} \cdot H + \alpha \left( \frac{D}{Q} \cdot \beta + \frac{Q}{2} \cdot \gamma \right) + \lambda(P \cdot Q) - \lambda \cdot M \quad (7)$$

Lebih lanjut, untuk mendapatkan Q optimal, persamaan 7 diturunkankan  $\frac{\partial L}{\partial Q} = 0$ . Hasil turunan terhadap Q menghasilkan formula  $Q_c^M$  pada persamaan 8 sebagai berikut.

$$Q_c^M = \frac{\sqrt{D} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\alpha \cdot \beta + C}}{\sqrt{2 \cdot \lambda \cdot P + \alpha \cdot \gamma + H}} \quad (8)$$

Lebih lanjut, Persamaan 7 diturunkan terhadap  $\lambda$ , dan hasil turunan dapat dilihat pada persamaan 9.

$$Q_c^M = \frac{M}{P} \quad (9)$$

Lebih lanjut, persamaan (8) disubstitusikan terhadap persamaan (9). Karena itu, formula  $\lambda$  dapat disajikan persamaan (10) sebagai berikut:

$$\lambda = \frac{1}{2} \cdot \frac{2D \cdot P^2 \cdot \alpha \cdot \beta + 2C \cdot D \cdot P^2 - M^2 \cdot \alpha \cdot \gamma - H \cdot M^2}{M^2 \cdot P} \quad (10)$$

## 2.5. Percobaan

Percobaan menggunakan nilai  $\beta = 0,4$  ton/pengiriman dan nilai  $\gamma = 0,04$  ton/unit/tahun. Terdapat 20 percobaan dengan nilai modal yang berbeda-beda (antara Rp. 10.000.000 sampai dengan Rp. 1.000.000.000), Jumlah permintaan sebesar 1000 unit. Untuk pajak emisi karbon sebesar Rp.50/ton. Sedangkan untuk biaya simpan sebesar Rp.500/unit. Untuk biaya sekali pesan sebesar Rp.15000/pesan dan biaya pembelian sebesar Rp.125000/unit.

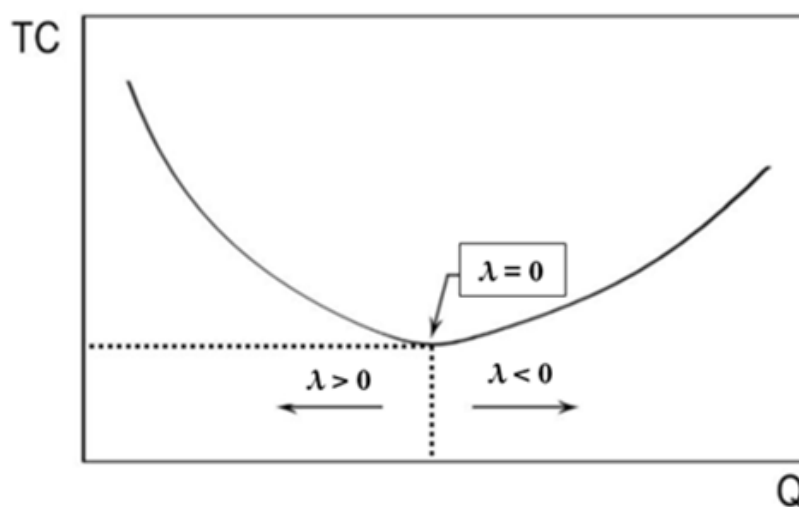
## 3. Hasil dan Pembahasan

Tabel 1 merupakan rekapitulasi hasil percobaan. Hasil percobaan menunjukkan bahwa jumlah lot pemesanan model EOQ dengan emisi karbon tanpa batasan modal sebesar 242 unit per tahun setiap satu kali pemesanan. Total biaya persediaan yang dikeluarkan adalah Rp125.122.801. Berdasarkan Tabel 1, apabila modal yang tersedia relatif kecil, maka ukuran lot pemesanan relatif sedikit. Sebaliknya, jika modal yang tersedia relatif besar, maka ukuran lot pemesanan relatif besar. Berdasarkan pada gambar 1, apabila nilai batasan atau  $\lambda > 0$ , maka digunakan persamaan (8) atau persamaan (9) atau EOQ dengan emisi karbon yang mempertimbangkan batasan modal. Namun, sebaliknya apabila nilai batasan atau  $\lambda < 0$ , maka digunakan persamaan (5).

**Tabel 1.** Hasil Percobaan

Percobaan	Modal	QC	TC	lambda	QCM	TC
1	Rp10.000.000	244,62	Rp125.122.801	0,0167	80,14	Rp125.207.530
2	Rp20.000.000	244,62	Rp125.122.801	0,00268	160,09	Rp125.134.002
3	Rp30.000.000	244,62	Rp125.122.801	0,000078	240	Rp125.122.823
4	Rp40.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,00083	319,37	Rp125.127.193
5	Rp50.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,00125	398,14	Rp125.137.659
6	Rp60.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,00148	477,04	Rp125.151.224
7	Rp70.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,00162	556,49	Rp125.166.671
8	Rp80.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,00171	634,99	Rp125.183.038
9	Rp90.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,00177	710,54	Rp125.199.485

10	Rp100.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,00182	799,46	Rp125.219.453
11	Rp110.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,00185	872,07	Rp125.236.113
12	Rp120.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,00187	933,12	Rp125.250.311
13	Rp130.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,00189	1009,11	Rp125.268.171
14	Rp140.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,00191	1107,3	Rp125.291.497
15	Rp150.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,00192	1168,52	Rp125.306.154
16	Rp160.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,00193	1241,17	Rp125.323.636
17	Rp170.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,00194	1329,3	Rp125.344.955
18	Rp180.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,00195	1439,34	Rp125.371.711
19	Rp190.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,001955	1505,71	Rp125.387.909
20	Rp1.000.000.000	244,62	Rp125.122.801	-0,002	3875,56	Rp125.976.642



**Gambar 1.** Hubungan  $\lambda$  terhadap TIC dan Q optimal

#### 4. Kesimpulan

Pada makalah ini, kami mengembangkan model EOQ dengan mempertimbangkan emisi karbon dan batasan modal. Dengan menambahkan emisi karbon, maka terdapat biaya yang harus dikeluarkan untuk emisi karbon yang dihasilkan saat pengiriman dan penyimpanan suatu barang dalam periode tertentu. Berdasarkan percobaan numerik yang telah kami lakukan dengan menggunakan metode lagrange, apabila nilai batasan atau lambda  $> 0$ , maka digunakan persamaan (8) atau persamaan (9) atau EOQ dengan emisi karbon yang mempertimbangkan batasan modal. Namun, sebaliknya apabila nilai batasan atau lambda  $< 0$ , maka digunakan persamaan (5). Untuk penelitian selanjutnya, diharapkan dapat mengembangkan model EOQ multi item dengan emisi karbon yang mempertimbangkan batasan kapasitas gudang dan modal serta mempertimbangkan delay and payment.

#### Daftar Notasi

Contoh penulisan notasi dapat diuraikan dengan keterangan sebagai berikut :

- C : Biaya Pesan
- H : Biaya simpan untuk satu unit produk per tahun
- D : Permintaan produk dalam satu tahun
- P : Harga per untuk satu unit prduk
- M : Besar modal
- $\alpha$  : Tarif pajak proporsional
- $\beta$  : Karbon emisi untuk satu unit produk dalam transportasi

---

$\gamma$	: Karbon emisi untuk satu unit produk dalam inventory per tahun
$\lambda$	: Variabel multiplier Lagrange
TC	: Total biaya persediaan pada EOQ dasar
Q	: Kuantitas pemesanan pada EOQ dasar
TC <sub>c</sub>	: Total biaya persediaan pada EOQ emisi karbon
Q <sub>c</sub>	: Kuantitas pemesanan pada EOQ emisi karbon
Q <sub>c</sub> <sup>M</sup>	: Kuantitas pemesanan pada EOQ emisi karbon dan batasan modal

## Referensi

- [1] D. M. Utama, Model Penentuan Lot Pemesanan Dengan Mempertimbangkan Unit Diskon dan Batasan Kapasitas Gudang dengan Program Dinamis". *Jurnal Teknik Industri*. 2017; 18: 94-102, 2017.
- [2] D. M. Utama, *Model Program Dinamis Dalam Penentuan Lot Pemesanan dengan Mempertimbangkan Batasan Modal*, in Prosiding SENTRA (Seminar Teknologi dan Rekayasa), 2017.
- [3] D. M. Utama, "Penentuan Lot Size Pemesanan Bahan Baku Dengan Batasan Kapasitas Gudang," *Jurnal Ilmiah Teknik Industri*. 2016;15: 64-68.
- [4] Z. M. Teksan and J. Geunes, An EOQ model with price-dependent supply and demand, *International Journal of Production Economics*. 2016; 178: 22-33.
- [5] D. M. Utama, D. P. Wardani, S. T. Halifah, and D. C. Pradikta, Model Economic Production Quantity dengan Rework Process dan Batasan Gudang, *Jurnal Sistem dan Manajemen Industri*. 2019; 3: 43-49.
- [6] D. M. Utama, Model Penentuan Lot Pemesanan Dengan Mempertimbangkan Unit Diskon dan Batasan Kapasitas Gudang dengan Program Dinamis, *Jurnal Teknik Industri*. 2017; 18: 9.
- [7] D. M. Utama, Model program dinamis untuk lot size multi item dengan kendala kapasitas gudang. 2019; 14: 21-26.
- [8] D. M. Utama, D. S. Widodo, W. Wicaksono, and L. R. Ardiansyah, A New Hybrid Metaheuristics Algorithm for Minimizing Energy Consumption in the Flow Shop Scheduling Problem, *International Journal of Technology*. 2019; 10: 320-331.
- [9] D. M. Utama, T. Baroto, D. Maharani, F. R. Jannah, and R. A. Octaria, Algoritma ant-lion optimizer untuk meminimasi emisi karbon pada penjadwalan flow shop dependent sequence set-up, 2019; 9: 69-78.
- [10] D. M. Utama, An Effective Hybrid Sine Cosine Algorithm to Minimize Carbon Emission on Flow-shop Scheduling Sequence Dependent Setup. 2019; 20: 62-72.
- [11] S. K. D. B. Maulana, D. M. Utama, M. S. Asrofi, I. S. Ningrum, N. Alba, H. A. Ahfa, *et al.*, The Capacitated Sustainable EOQ Model: A Model Considering Emission Tax, *Jurnal Teknik Industri*. 2019;21.
- [12] H. Jawad, M. Y. Jaber, and M. Bonney, The economic order quantity model revisited: an extended exergy accounting approach, *Journal of Cleaner Production*. 2015; 105:64-73.
- [13] P. He, W. Zhang, X. Xu, and Y. Bian, Production lot-sizing and carbon emissions under cap-and-trade and carbon tax regulations, *Journal of Cleaner Production*. 2015; 103: 241-248.
- [14] V. Hovelaque and L. Bironneau, The carbon-constrained EOQ model with carbon emission dependent demand, *International Journal of Production Economics*. 2015; 164: 285-291.
- [15] E. Bazan, M. Y. Jaber, and A. M. El Saadany, Carbon emissions and energy effects on manufacturing–remanufacturing inventory models, *Computers & Industrial Engineering*. 2015; 88: 307-316.
- [16] A. A. Taleizadeh, V. R. Soleymanfar, and K. Govindan, Sustainable economic production quantity models for inventory systems with shortage, *Journal of Cleaner Production*. 2018; 174: 1011-1020.
- [17] A. Mukhopadhyay and A. Goswami, Economic production quantity models for imperfect items with pollution costs, *Systems Science & Control Engineering*. 2014; 2: 368-378.
- [18] N. Kazemi, S. H. Abdul-Rashid, R. A. R. Ghazilla, E. Shekarian, and S. Zanoni, Economic order quantity models for items with imperfect quality and emission considerations, *International Journal of Systems Science: Operations & Logistics*. 2018; 5: 99-115.

- [19] N. Yassine, A sustainable economic production model: effects of quality and emissions tax from transportation, *Annals of Operations Research*, 2018.
- [20] Y. Bouchery, A. Ghaffari, Z. Jemai, and J. Fransoo, "Sustainable transportation and order quantity: insights from multiobjective optimization," *Flexible Services and Manufacturing Journal*, vol. 28, pp. 367-396, 2016/09/01 2016.